أهـداف المـادة : تقويـة قابليـة الطلبـة لـتفهم العلاقـات الرياضـية ليـتمكن الطالـب مـن تفهـم العلاقات بين المتغيرات المختلفة وربطها بتخصصه

الاسبوع الاول والثاني " المصفوفات ، المحددات ، خواصها"

المصـفوفة : عبـارة عـن ترتيـب العاصـر بشـكل صـفوف واعمـدة (m) مـن الصـفوف و (n) مـن الاعمدة وهناك انواع عديدة من المصفوفات اهمها المصفوفة المربعة .

جمع وطرح المصفوفات : يجب ان تكون المصفوفتين بنفس الدرجة لكي يتم جمعها او طرحها .

مثال :

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 3 \\ -1 & 3 & 9 \end{bmatrix}$$

ضرب المصفوفات : لكي نضرب مصفوفة باخرى يجب ان يكون عدد اعمدة المصفوفة الاولى مساويا لعدد صفوف المصفوفة الثانية .

مثال :

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 3 & 9 \end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A . B = \begin{bmatrix} 2(-1)+3(0)+1(2) & 2(5)+3(1)+1(0) \\ 5(-1)+0(0)+-1(2) & 5(5)+0(1)+-1(0) \end{bmatrix}$$

$$A . B = \begin{bmatrix} 0 & 13 \\ -7 & 25 \end{bmatrix}$$

المحـددات : هنـاك محـددات ثنائيـة تحسـب بضـرب نهايـة الاقطـار لبعضـها وتحسـب الفـرق بـين حاصلي الضرب اما لحساب قيمة المحدد الثلاثي نستخدم ايجاد المحدد المساعد .

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 7 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} - 0 + 7 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= 2 (-2) + 7(-8) = - 60$$

الاسبوع الثالث : حل المعادلات باستخدام المحددات (قاعدة كرامير) :

نجد قيم المجاهيل باستخدام القوانين التالية :

X =**خطأ!**, y =**خطأ!**, Z = **خطأ!**

مثال :

$2x - 3y = 7$
$3x + 5y = 1$, $D = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

$D = 19$

$d_x = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

$d_x = 38$
X = **خطأ!**= 2

$B_y = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

$d_y = 38$
y = **خطأ!**= -1

الاسبوع الرابع والخامس : المتجهات (جمع وطرح المتجهات)

المتجهات : هي كمية معرفة بالمقدار والاتجاه اذا كان المتجه على شكل نقطتين فان طول المتجه يساوي حاصل طرح النهاية – البداية اما ضرب المتجهات يقسم الى الضرب العددي والضرب الاتجاهي .

قانون الضرب العددي :

$\vec{A}.\vec{B} = |\vec{A}|.|\vec{B}|\cos\theta$

قانون الضرب الاتجاهي :

$\vec{A} = a_1 i + a_2 j + a_3 k$

$\vec{B} = b_1 i + b_2 j + b_3 k$

$$\vec{A}.\vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

الاسبوع السادس : الدالة ، مشتقة الدوال المثلثية

الدالة : هي عبارة عن علاقةو رياضية تربط بين متغيرين y , x

y = f(x)

المتغير x : هو المتغير الثابت اما المتغير y : هو المتغير الذي تعتمد قيمته على قيمة x .

1) **خطأ!**= cosx **خطأ!**

2) **خطأ!**= - sinx **خطأ!**

3) **خطأ!**= sec^2 **خطأ!**

4) **خطأ!**= - csc^2x**خطأ!**

5) **خطأ!**= tan x.secx **خطأ!**

6) **خطأ!**= - cotx.cxcx. **خطأ!**

مثال :

1/ y = cos(x2) , ∴ **خطأ!**= - 2xsinx2

2/ y = $sec^2 5x$ = 2 (sec5x).tan5x.sec5x.5

الاسبوع السابع والثامن : مشتقة الدوال اللوغارتيمية والاسية والغايات

y = ln u , **خطأ!**= **خطأ!**. **خطأ!**

y = e^x , **خطأ!**= $e^x dx$

امثلة :

1/ y = ln(cos2x) , u = cos 2x

خطأ!= -2 sin2x

∴ y = **خطأ!**. – 2 sin2x = **خطأ!**

2/ y = **خطأ!**($e^x – e^{-x}$)

$\bar{y}$ = **خطأ!**[(e^x(1) – e^{-x}(-1))]

الاسبوع التاسع والعاشر : الدالة الضمنية ، قاعدة السلسلة

مثال :

$4x^2 + 9y^2 - 6 = 0$
$8x + 18y\bar{y} = 0, \therefore \bar{y} =$ **خطأ!**
خطأ! .خطأ! =خطأ!

مثال :

$u = 2x + 1 , y = \bar{u} + 3$, **خطأ!** جد قيمة
خطأ! .خطأ! =خطأ!
خطأ!$=2u$, **خطأ!**$=2$, $\therefore$ **خطأ!** $= 2u.3$
$= 2(2x+1).2$
$= 4(2x+1)$
$= 8x + y$

الأسبوع الحادي عشر والثاني عشر : تطبيقات المشتقة (حساب السرعة والتعجيل)

s : مسافة m

v = **خطأ!** v : سرعة m/sec

a = **خطأ!** a : تعجيل m/sec^2

a=**خطأ!** t : الزمن sec

مثال العلاقة $S= t^2 - 4t + 3$ حيث s المسافة المقطوعة في زمن (t) اوجد السرعة عندما يكون الزمن (2) ثانية ثم اوجد تعجيل الجسم ؟

$s = t^2 - 4t + 3$, v = **خطأ!**$= 2t - 4 = 2(2)-4 = 0$ m/sec

السرعة عندما يكون الزمن (2) ثانية

a=**خطأ!**$= 2$ m/sec^2

الاسبوع الثالث العاشر : النهايات العظمى والصغرى ونقاط الانقلاب ورسم الدوال

مثال :

$y=16-6x-3x^2$
$\bar{y} = -6 - 6x = 0 \therefore -6 = 6x \therefore x =$ **خطأ!**$= -1$
$\therefore y = 16-6(-1)-3(-1)^2 = 16+6-3 = 19$

$\therefore$ النقطة (19 , 1-)

$\bar{\bar{y}} = -6$

بما ان الاشارة سالبة

$\therefore$ النقطة (19 , 1-) نهاية عظمى

الاسبوع الثالث عشر : قوانين التفاضل – مشتقة الدوال الجبرية :

1− مشتقة أي مقدار ثابت يساوي صفر .

2− مشتقة $y = x^n$ ، $\bar{y} = n\,x^{n-1}$.

3− مشتقة حاصل ضرب ثابت × متغير = الثابت × مشتقة المتغير .

4− مشتقة مجموع دالتين تساوي مشتقة الدالة الاولى + مشتقة الدالة الثانية .

5− مشتقة حاصل ضرب دالتين = الاول × مشتقة الثانية + الثاني × مشتقة الاول .

6− مشتقة حاصل مشتقة دالتين تساوي المقام × مشتقة البسط − البسط × مشتقة المقام .

7− اذا كانت الدالة كقوس مرفوع للاس = الاس × القوس مطروح من واحد × مشتقة داخل القوس .

امثلة :

1. $y = x^2(x^3-1)$

$\bar{y} = x^2(3x^2)+(x^3-1).2x$

$\bar{y} = 3x^4+2x^4-2x = 5x^4-2x$

2. y = **خطأ!**

$\bar{y}$ =**خطأ!**

الاسبوع الرابع والخامس عشر : التكامل وتكامل الدوال الجبرية

1- $\int \frac{df(x)}{dx} = f(x) + c$

2- $\int (u+v)dx = \int udx + \int vdx$

3- $\int dudx = a\int udx$ a ثابت

4- $\int u^m dv = \int \frac{u^m+1}{m+1} + c$

5- $\int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$ الدالة اللوغارتيمية

6- $\int e^u du = e^u + c$ الدالة الاسية

مثال :

1- $\int 3x^2 dx = 3\int x^2 dx = 3\frac{x^3}{3} + c$

2- $\int \sqrt{x}dx = 3\int (x)^{\frac{1}{2}} dx = 3\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$

الاسبوع السادس عشر : تكامل الدوال المثلثية

$$1.\ \int \sin x dx = -\cos x + c$$
$$2.\ \int \cos x dx = \sin x + c$$
$$3.\ \int \sec^2 x dx = \tan x + c$$
$$4.\ \int \csc^2 x dx = -\cot + c$$
$$5.\ \int \sec x \tan x dx = \sec x + c$$
$$6.\ \int \csc x \cot x dx = -\csc x + c$$

مثال :

$$\int \sin(\frac{1}{2}x)dx =$$

$$2\int (\sin(\frac{1}{2}x))\frac{1}{2}dx =$$
$$2(-\csc\frac{1}{2}x) + c$$
$$\int \sin^2 x \cos x dx = \int (\sin x)^2 \cos dx$$
$$= \frac{(\sin x)^3}{3} + c$$
$$\int \sec^2(2x)dx = \frac{1}{2}\int \sec^2(2x)dx$$
$$= \frac{1}{2}\tan 2x + c$$

الاسبوع السابع عشر : تكامل الدوال الجبرية

$$\int \sqrt{2x+1}dx = \int (2x+1)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$1.\ \frac{1}{2}\int (2x+1)^{\frac{1}{2}} 2dx = \frac{1}{2}\left[\frac{(2x+1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right] + c$$

$$2.\ \int \frac{8x^2 dx}{(x^3+2)^3} = 8\int (x^3+2)^{-3} x^2 dx$$
$$= \frac{8}{3}\int (x^3+2)^{-3} 3x^2 dx$$
$$= \frac{8}{3}\left[\frac{(x^3+2)^{-2}}{-2}\right] + c$$

الاسبوع الثامن والتاسع عشر : تكامل الدوال اللوغارتيمية والاسية

$$\int \frac{du}{u} = \ln|u| + c\,,\ \int e^x dx = e^x + c$$

1. $\int \frac{dx}{x+2} = \ln|x+2| + c$
2. $\int \frac{dx}{2x-3} = \frac{1}{2}\int \frac{2dx}{2x-3} = \frac{1}{2}\ln|2x-3| + c$
3. $\int e^{3x}dx = \frac{1}{3}\int e^{3x}3dx + c = \frac{1}{3}e^{3x} + c$
4. $\int e^{-x}dx = -\int e^{-x} - dx + c = -e^{-x} + c$

الاسبوع العشرين : التكامل المحدد

$$A_a^b = f(x)|_a^b = f(b) - f(a)$$

1. $\int_0^5 xdx = \frac{x^2}{2}|_0^5 = \frac{25}{2} - \frac{0}{2} = \frac{25}{2}$
2. $\int_1^3 x^3dx = \frac{x^4}{4}|_1^3 = \frac{(3)^4}{4} - \frac{(1)^4}{4} = \frac{80}{4} = 20$
3. $\int_0^\pi 5\sin xdx = 5\int_0^\pi \sin xdx = 5(-\cos\pi)|_0^\pi = -5(\cos\pi - \cos 0) = -5(-1-1) = 10$

الاسبوع الحادي العشرين : المساحة تحت المنحني

جد المسافة المحددة بالمنحني $y = x^2$ والمستقيمين $X= 0$ ، $X=4$ ؟

$$A= \int_a^b f(x)dx = \int_0^4 x2dx = \frac{x^3}{3}|_0^4 = \frac{(4)^3}{3} - \frac{(0)^3}{3} = \frac{64}{3}$$

الاسبوع الثاني والعشرين: طريقة التكامل بالتعويض

1. $\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$

نعوض عن : $[\ \sqrt{;x} = 4\ ]^2$

$x = 4^2$

$dx = 2udu$

$$\therefore \int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx = \int \frac{\cos u}{u}2udu$$

$$\int \cos udu = 2\sin u + c = 2\sin\sqrt{x} + c$$

الاسبوع الثالث والعشرين : التكامل بالتجزئة

$$\int udv = u.v - \int vdu$$

$1.\ \int x\cos x dx =$

$$u = x$$
$$du = dx$$
$$\int dv = \int v\cos x dx$$
$$v = \sin x$$

$\therefore\ \int x\cos x dx = x\sin x - \int \sin x dx =$

$\therefore\ \int x\cos x dx = x\sin x + \cos x + c$

الاسبوع الرابع والعشرين : تكامل الدالة الاسية بطريقة التجزئة

$$\int u dv = u.v - \int v du$$

$u = e^{3x}, du = e^{3x}.3dx$

$\therefore\ \int dv = \sin 4x dx$

$\therefore\ v = -\cos 4x$

$$\therefore\ \int e^{3x}\sin 4x dx = e^{3x}.-\cos 4x - \int -\cos 4x.e^{3x}.3dx$$
$$= -e^{3x}\cos 4x + \int \cos 4x.e^{3x}.3dx$$

ويطبق قانون التجزئة مرة اخرى

الاسبوع الخامس والسادس العشرين : التكامل بطريقة شبه المنحرف

قانون شبه المنحرف :

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}[y_0 + 2y_1 + 2y_2 + \ldots\ldots y_n]$$

$y = f(x)$

$y_0 = f(x_0)$

$y_1 = f(x_1)$

احسب قيمة :

$$\int_0^{\pi} \sin x dx$$

$$\Delta_x = \frac{b-a}{n} = \frac{\pi - 0}{6} = \frac{\pi}{6} = h$$

$x_0 = a = 0$

$x_1 = x_0 + \Delta_x$

$y_0 = f(x_0) = \sin x_0 = \sin 0 = 0$

$$x_1 = x_0 + \Delta_x = 0 + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$

$$y_1 = f(x_1) = \sin\frac{\pi}{6} = 30 = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = x_1 + \Delta_x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$y_2 = f(x_2) = \sin\frac{\pi}{3} = \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x_3 = x_2 + \Delta_x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi + \pi}{6} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2} = 90$$

$$y_3 = f(x_3) = \sin\frac{3\pi}{6} = \sin 90 = 1$$

$$x_4 = x_3 + \Delta_x = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi + \pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$y_4 = f(x_4) = \sin\frac{2\pi}{3} = \sin 120 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x_5 = x_4 + \Delta_x = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi + \pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$y_5 = f(x_5) = \sin(\frac{5\pi}{6}) = \frac{1}{2}$$

$$x_6 = x_5 + \Delta_x = \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{6\pi}{6} = \pi$$

$$y_5 = f(x_5) = \sin\pi = 0$$

$$\int_0^\pi \sin x dx = \frac{6}{2}\left[0 + 2(\frac{1}{2}) + 2(\frac{\sqrt{3}}{2} + 2(1) + 2(\frac{\sqrt{3}}{2}) + 2(\frac{1}{2}) + 0)\right] \quad \frac{\pi}{6}\left[2 + \sqrt{3}\right] = 1.93$$

الاسبوع السابع والثامن العشرين : قاعدة سيمسون

$$\int_b^a f(x)dx = \frac{h}{3}\left[y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_{n-1} + y_n\right]$$

ملاحظة : العدد n هو عدد زوجي في قاعدة سيمسون :

$$\Delta_x = h = \frac{b-a}{n}$$

مثال : احسب المساحة حسب قاعدة سيمسون باخذ n=4

$$\int_{b=0}^{a=1} x^u dx \qquad n = 4$$

$$\Delta_x = h = \frac{b-a}{n} = \frac{1-0}{4} = \frac{1}{4}$$

$$x_0 = 0 = a, y_0 = f(x_0) = 0$$

$$x_1 = \Delta_x + x_0 = 0 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$y_1 = f(x_1) = (\frac{1}{4})^4 = \frac{1}{256}$$

$$x_2 = x_1 + \Delta_x = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$y_2 = f(x_2) = (\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16}$$

$$x_3 = x_2 + \Delta_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$y_3 = f(x_3) = (\frac{3}{4})^4 = \frac{81}{256}$$

$$x_4 = x_3 + \Delta_x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$y_4 = f(x_4) = (1)^4 = 1$$

$$\int_b^a f(x)dx = \frac{\frac{1}{4}}{3}\left[0 + 4(\frac{1}{256}) + 2(\frac{1}{16}) + 4(\frac{81}{256}) + 2(11)\right]$$

$$= \frac{1}{12}\left[0 + \frac{4}{256} + \frac{2}{16} + 4(\frac{81}{256}) + 2\right]$$

الاسبوع التاسع والعشرين والثلاثين : ايجاد قيم النهايات العظمى (نقاط الانقلاب)

$y = 16\text{-}6x\text{-}3x^2$

$\bar{y} = -6 - 6x$ $\therefore$ $-6 = 6x$

X = خطأ!= - 1 $\therefore$ $y = 16\text{-}6(-1)\text{-}3(-1)^2$

Y= 16+6-3=19

$\therefore$ النقطة (19 , 1-)

$\bar{\bar{y}} = -6$

$\therefore$ النقطة نهاية عظمى

اسئلة عامة :

جد مشتقة الدوال التالية :

1. $y = \dfrac{x^2 \cos 3x}{\sin 2x}$

2. $y = \ln \dfrac{7e^{\tan 3x}}{4}$

3. $y = \csc^2 (\cot x)$

جد قيمة التكاملات التالية :

1. $\int x^3 dx$

2. $\int_{-1}^{1} (2x^2 - x^3) dx$

جد النهاية العظمى والصغرى ونقاط الانقلاب للدالة التالية :

$y = 2(x)^3 - 3x^2 + 3$